

структуру для подальших досліджень у галузі алгоритмів обробки даних для широкого застосування у різних областях інформатики та програмування.

Список використаних джерел

1. Binary Tree. URL: <https://www.programiz.com/dsa/binary-tree>
2. Binary Trees. URL: <https://www.andrew.cmu.edu/course/15-121/lectures/Trees/trees.html>
3. More recursion examples. URL: <https://programming-23.mooc.fi/part-11/4-more-recursion-examples>
4. Binary Tree Implementation and Visualization in Python. URL: <https://levelup.gitconnected.com/binary-tree-implementation-and-visualization-in-python-2f4782887ca2>

УДК 517.2

Афанасьєва Д. С., здобувачка 2 курсу спеціальності 122 Комп'ютерні науки, Фриз І. В., канд. фіз.-мат. наук, старший викладач кафедри інформаційних технологій

ЗАСТОСУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ТА ЇХ СИСТЕМ У СФЕРІ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

У сучасному інформаційному суспільстві використання диференціальних рівнянь та їх систем у різноманітних сферах стає все більш актуальним та розповсюдженим. Диференціальні рівняння виступають не лише як математична теорія, але й як потужний інструмент для аналізу, моделювання та розв'язування різноманітних задач.

У процесі розв'язування багатьох задач із різних предметних областей часто виникає ситуація, коли важко чи навіть неможливо встановити функціональну залежність між шуканими величинами та вхідними змінними. Проте може існувати інший тип зв'язку, який пов'язує незалежні змінні, функції та їх похідні, тобто приходимо до диференціальних рівнянь. Нагадаємо, що диференціальним рівнянням n -го порядку називається рівняння виду:

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0,$$

де x, y – змінні,

$y', y'', y^{(n)}$ – похідні відповідних порядків [1].

У випадку, коли необхідно описати поведінку складної системи, яка змінюється в часі, використовуються системи диференціальних рівнянь. Вони являють собою математичну модель, яка описує залежність між декількома функціями та їх похідними. Нормальною системою диференціальних рівнянь є сукупність рівнянь виду [1]:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, \dots, y_n) \\ \dots \\ \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, \dots, y_n) \end{cases}.$$

Розглянемо деякі приклади застосування диференціальних рівнянь у комп'ютерних науках. Варто зазначити, що вони є важливими у нейронних мережах. Деякі екосистеми, як-от Julia для наукового машинного навчання, дають можливість вбудовувати моделі диференціальних рівнянь у нейронні мережі [2]. Це відкриває можливості для розширення класичних моделей та включення великої кількості знань. Для навчання нейронних мереж використовуються різні алгоритми, і одним із найпоширеніших є метод зворотного поширення помилки. Цей метод використовує диференціальні рівняння з похідними частинними для розрахунку градієнта функції втрат, який визначає, наскільки добре мережа виконує завдання. Градієнт використовується для зміни параметрів мережі з метою мінімізації втрат. Наприклад, якщо маємо нейронну мережу, що навчається розпізнавати числа з певного набору даних, використовується метод зворотного поширення помилки. Мережа робить прогноз для кожного зображення, обчислює функцію втрат та використовує градієнт для корекції параметрів, змінюючи їх так, щоб зменшити втрати.

Іншою сферою застосування диференціальних рівнянь є системи автоматичного управління, які є комплексом технічних та програмних засобів, що використовуються для підтримки бажаного стану або параметрів системи шляхом автоматичного впливу на її роботу. Лінійні системи автоматичного управління використовують диференціальні рівняння для моделювання та аналізу різноманітних процесів управління, як описано у [3]. Нехай маємо об'єкт управління, який математично може бути виражено лінійними диференціальними рівняннями з визначеним вектором стану $x(t)$ й сигналом управління $u(t)$ виду:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t),$$

де A і B – коефіцієнти динаміки системи у вигляді матриць.

Тоді лінійний регулятор подається у вигляді формули:

$$u(t) = -Kx(t),$$

де K – матриця керування.

Диференціальні рівняння використовуються також у відеоіграх. Їх застосування базується на побудові фізичних моделей, що описано у [4], зокрема для моделювання руху тіл, взаємодії об'єктів, симуляції різних фізичних ефектів, що дає змогу створювати реалістичні фізичні сценарії у віртуальному середовищі. Рух об'єктів, як-от тканини чи рідини, може бути описаний системою часткових диференціальних рівнянь. Наприклад, для симуляції динаміки тканин використовуються рівняння, що враховують сили натягу, гравітації та взаємодії між частинками.

Варто також зазначити застосування диференціальних рівнянь у комп'ютерному зоровому сприйнятті для завдань, як-от виявлення контурів та сегментація зображень. Градієнт зображення може бути обчислений із допомогою диференціальних рівнянь із частинними похідними, і ця інформація використовується для ідентифікації країв на зображенні [5].

Отже, диференціальні рівняння та їх системи є потужним інструментом для аналізу, моделювання та розв'язування різноманітних задач у сфері комп'ютерних наук. У майбутньому можна очікувати на подальше збільшення використання диференціальних рівнянь та їх систем у різних сферах життя. Це пов'язано з розвитком комп'ютерних технологій, які допомагають ефективно розв'язувати диференціальні рівняння чисельними методами.

Список використаних джерел

1. Гой Т. П., Махней О. В. Диференціальні рівняння: навч. посіб. Івано-Франківськ: Сімик, 2012. 352 с.
2. Differential Equations as a Neural Network Layers. URL: <https://towardsdatascience.com/differential-equations-as-a-neural-network-layer-ac3092632255> (дата звернення: 03.12.2022).
3. Differential coding in networked controlled linear systems / C. Canudas de Wit, F. Rubio, J. Fornes, F. Gomez Estern. *American Control Conference, IEEE ACC'06*. Jun 2006, France. P. 4177–4182. DOI: 10.1109/ACC.2006.1657374.
4. Fluid Simulation for Video Games (part 1). URL: <https://venturebeat.com/pc-gaming/fluid-simulation-for-video-games-part-1/> (дата звернення: 03.12.2022).
5. Lin Z., Zhang W., Tang X. Learning Partial Differential Equations for Computer Vision. *Microsoft technical report #MSR-TR-2008-189*. August, 2008. URL: <https://www.microsoft.com/en-us/research/wp-content/uploads/2008/08/MSR-TR-2008-189.pdf>