

Нехай $Z_2 = \{0,1\}$, $Z_2^n = \{\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \mid \alpha_i \in Z_2\}$ - множина n -мірних булевих векторів. Кожен елемент $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in Z_2^n$ формує відношення часткового порядку $\prec_{\tilde{\alpha}}$ на множині Z_2^n , яке в свою чергу запроваджує поняття ввести в розгляд поняття $\tilde{\alpha}$ -монотонної функції двозначної логіки.

Якщо дивитися на означення, булева функція $f : Z_2^n \rightarrow Z_2$, де $n \geq 1$, називається $\tilde{\alpha}$ -монотонною, якщо для довільних векторів $\tilde{\beta}, \tilde{\delta} \in Z_2^n$ таких, що $\tilde{\beta} \prec_{\tilde{\alpha}} \tilde{\delta}$, виконується умова $f(\tilde{\beta}) \leq f(\tilde{\delta})$.

Задача класифікації $\tilde{\alpha}$ -монотонних булевих функцій є однією із задач теорії булевих функцій, яка має як теоретичне так і прикладне значення. Зокрема $\tilde{\alpha}$ -монотонність булевої функції є достатньою умовою її однорідності [1].

Має місце наступна теорема [2]:

Теорема 1. Для того, щоб не рівна тотожно нулеві булева функція $f = (f_0, f_1, \dots, f_{2^n-1})^T$ була $\tilde{\alpha}$ -монотонною, необхідно і досить, щоб α -ва компонента вектора $f \circ (K_{\tilde{\alpha}}^{-1})^T$ дорівнювала одиниці, а всі інші – нулеві.

На основі цієї підстави для оцінки, у роботі розроблена програма, яка дозволяє встановлювати $\tilde{\alpha}$ -монотонності булевих функцій. Користувач задає кількість змінних, а також булеву функцію і вектор поляризації $\tilde{\alpha}$. Програма виводить повідомлення чи функція $\tilde{\alpha}$ -монотонна і якщо так, то вектори поляризації і їхню кількість. На основі даних роботи програми отримуємо, що деякі функції не є $\tilde{\alpha}$ -монотонними, а також що деякі із функцій є $\tilde{\alpha}$ -монотонними для різних $\tilde{\alpha}$. Наприклад, для функцій трьох змінних 88 функцій є $\tilde{\alpha}$ -монотонними, зокрема 1 функція є $\tilde{\alpha}$ -монотонною для чотирьох $\tilde{\alpha}$.

Список літератури

1. Мич І.А. Застосування узагальнених кон'юнктивних перетворень в теорії булевих функцій / І.А. Мич, О.Т. Трофимлюк // Вісник державного університету «Львівська політехніка». Прикладна математика. – 1998. – № 337. – С. 47-49.
2. Мич І.А. Модифікований критерій $\tilde{\alpha}$ -монотонності булевих функцій / І.А. Мич // Науковий вісник УжДУ. Сер. матем. – 1999. – № 4. – С. 118-129.

УДК 512

Бурківський О.С., студент 1 курсу
 Спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»
 Ніколюк П. К., к.т.н., доцент,
 доцент кафедри інформаційних технологій

ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

Давайте розглянемо задачу диференціювання булевих функцій та його застосування для побудови узагальнених поліномів функції двозначної логіки.

Як ми знаємо, похідною першого порядку від булевої функції $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ за змінною x_i називається сума за модулем 2 одиничної та нульової залишкових функцій:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = f(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n) \oplus f(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n). \quad (1)$$

Одинична залишкова функція дістається в результаті присвоєння змінній x_i одиниці, нульова – присвоєнням x_i нулю.

Мішаною похідною $\frac{\partial^k f}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \dots \partial x_{i_{k-1}} \partial x_{i_k}}$ від булевої функції f за змінними $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}$ називається рівність вигляду:

$$\frac{\partial^k f}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \dots \partial x_{i_{k-1}} \partial x_{i_k}} = \frac{\partial}{\partial x_{i_k}} \left(\frac{\partial^{k-1} f}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \dots \partial x_{i_{k-1}}} \right). \quad (2)$$

Мішану похідну k – го порядку $\frac{\partial^k f}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \dots \partial x_{i_{k-1}} \partial x_{i_k}}$ будемо обчислювати, якщо візьмемо рівність (2) k разів фіксацією змінних $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}$.

Виходячи з поняття похідної, довільну булеву функцію f можна розкласти за аргументами. Наприклад, розкладемо функцію $f(x_1, x_2, x_3)$ за змінними x_1, x_2, x_3 .

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) &= f(c_1, c_2, c_3) \oplus (x_3 \oplus c_3) \frac{\partial f(c_1, c_2, c_3)}{\partial x_3} \oplus \\ &\oplus (x_2 \oplus c_2) \frac{\partial f(c_1, c_2, c_3)}{\partial x_2} \oplus (x_2 \oplus c_2)(x_3 \oplus c_3) \frac{\partial^2 f(c_1, c_2, c_3)}{\partial x_2 \partial x_3} \oplus \\ &\oplus (x_1 \oplus c_1) \frac{\partial f(c_1, c_2, c_3)}{\partial x_1} \oplus (x_1 \oplus c_1)(x_3 \oplus c_3) \frac{\partial^2 f(c_1, c_2, c_3)}{\partial x_1 \partial x_3} \oplus \\ &\oplus (x_1 \oplus c_1)(x_2 \oplus c_2) \frac{\partial^2 f(c_1, c_2, c_3)}{\partial x_1 \partial x_2} \oplus (x_1 \oplus c_1)(x_2 \oplus c_2)(x_3 \oplus c_3) \frac{\partial^3 f(c_1, c_2, c_3)}{\partial x_1 \partial x_2 \partial x_3}, \end{aligned} \quad (3)$$

де c_1, c_2, c_3 – булеві константи.

Ми бачимо, що отриманий вираз (3) представляє собою поліноміальне представлення булевої функції $f(x_1, x_2, x_3)$. Для функції $f(x_1, x_2, x_3)$ існують вісім наборів значень констант, а отже, і стільки ж поліноміальних виразів заданої функції. Для їх побудови необхідно підставити всеможливі значення констант c_1, c_2, c_3 у вираз (3), тобто ми отримаємо всі узагальнені поліноми булевої функції, серед яких обов'язково міститься мінімальний або декілька

мінімальних. Якщо функція залежить від n аргументів, то в загальному випадку число доданків її поліноміального представлення рівне 2^n .

У роботі розроблена програма для побудови заданої функції яка узагальнює канонічні поліноми булевої функції та знаходить серед них мінімальні.

Список літератури

1. Горбатов В.А. *Фундаментальные основы дискретной математики*/ А.В. Горбатов. – М: Наука, 2000. – 544 с.
2. Шевелев Ю.П. *Дискретная математика. Ч.1: Теория множеств. Булева алгебра. Учебное пособие* / Ю.П. Шевелев. – Томск: Символ, 2003. – 118 с.

УДК 004.4

*Гапоянц Д. В. студентка 1 курсу
спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»
Римар П. В., старший викладач
кафедри інформаційних технологій*

ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРІВ ДЛЯ ВАЖКИХ МАТЕМАТИЧНИХ ОБРАХУНКІВ, ЗА ДОПОМОГОЮ MAPLE

Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця

У сучасному світі технології стрімко розвиваються, і їхня присутність майже в кожній галузі стала буденністю для теперішнього суспільства. Вони значно спрощують людям навчання, роботу та загалом життя, незалежно від їхнього віку, статі чи професії. У наш час кожен володіє базовими навичками роботи з комп'ютером.

Не оминув науково-технічний прогрес і галузь математики. Системи комп'ютерної математики роблять можливим швидке вирішення різноманітних математичних завдань. Maple – це одна з найпотужніших систем комп'ютерної математики для вирішення математичних задач різної складності. Такі системи як Maple використовуються в багатьох галузях та стають у нагоді для численних професій: від інженерів до економістів та лікарів.

Maple є багатофункціональним, його використовують як для чисельних, так і для символьних обрахунків та перетворень, а також для здійснення графічного відображення результатів та підготовки і редагування документів. Він складається з таких компонентів: власна мова програмування, мова реалізації Maple – C; зручний користувацький інтерфейс, що дає змогу працювати в діалоговому режимі; бібліотеки функцій – вбудованих та додаткових; числовий та символьний програмні процесори; ядро алгоритмів і правил перетворення математичних виразів; редактор для підготовки і редагування документів і програм; пакети функцій; систему діагностики, за допомогою чого здійснюються різноманітні математичні операції [1].